

گزینه ۱

وقتی حاصلجمع چند عبارت درجه زوج صفر می شود تک تک عبارت ها باید برابر صفر باشند. بنابراین این:

$$\begin{aligned} x - 2y - 5 &= 0, \quad 3x + y - 1 = 0 \\ \begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} &\rightarrow x = 1, y = -2 \\ -2 + 1 &= -1 \end{aligned}$$

گزینه ۴

با کشیدن ۵ خط روی یک صفحه از یک کاغذ واضح است که تمام صفحه را به ۱۶ قسمت تقسیم می کند.

گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{a+b+c+d}{d} &= 1 \\ d = \frac{1}{4} &\rightarrow \frac{a+b+c}{\frac{1}{4}} + c = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3c}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow c = \frac{1}{3} \\ c = \frac{1}{3} &\rightarrow b = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{1}{42} \end{aligned}$$

گزینه ۲

مساحت مکعب مربع: یک ضلع ضربدر خودش

$$by = ax - 6 \rightarrow y = \left(\frac{a}{b}\right)x - \frac{6}{b}$$

شرط موازی

$$\frac{a}{b} = 1 \rightarrow a = b$$

در حالتی که $a = b$ ۶ حالت می باشد.

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۲

با فاکتورگیری از عدد ۵ و ساده سازی داریم:

$$\frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2} = \frac{((x - 2)(x - 5))}{x - 2} = x - 5$$

گزینه ۲

گزینه ۱: a, b هیچکدام عضو دیگری نیستند. همچنین گزینه ۳ و ۴ نیز واضح اند.

گزینه ۳

حل سوال مشابه سوال ۲۶ آزمون می باشد. داریم:

$$\frac{x^4 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

با توجه به حل سوال ۲۶ (برعهده دانش آموز)

گزینه ۳

$$\begin{aligned} (x^2 + 4x + 4) + x + 3 &= x^2 + 5x + 7 \\ a(x^2 + 2x + 1) + b(x + 2) &= ax^2 + (2a + b)x + (a + 2b) \\ 2a + b = 5 &\rightarrow 2(1) + b = 5 \rightarrow b = 3 \\ 1^3 + 3^1 &= 4 \end{aligned}$$

گزینه ۴

$$\text{محیط نیم دایره} = \frac{\cancel{X} \pi \cancel{X}}{\cancel{X}} = \pi \left(\frac{\cancel{X}}{2}\right) = \frac{1}{2} \pi X$$

$$\begin{aligned} \text{محیط نیم دایره} &= 18X + 2\pi X \\ \text{محیط شکل} &= 4X + 7X + 7X + 18X + 2\pi X \\ &= 2X(9 + \pi) \end{aligned}$$

گزینه ۵

$$\begin{aligned} 3x - 20 > 5x &\rightarrow 3x - 5x > 20 \rightarrow -2x > 20 \\ &\rightarrow x < -\frac{20}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + 4 > 5x - 15 &\rightarrow 2x - 5x < -15 - 4 \\ &\rightarrow -3x < -19 \rightarrow x > \frac{19}{3} \end{aligned}$$

بنابراین هیچ اشتراکی ندارند.

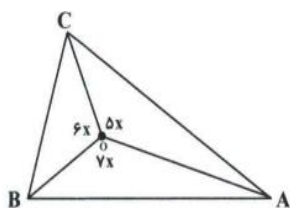
گزینه ۱

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-1)}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = 2x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}} \text{معادله خط}$$

$$-1 = 2 \times 1 + b \Rightarrow b = -3$$

۱۴. گزینه ۲



$$7x + 6x + 5x = 360^\circ$$

$$18x = 360^\circ$$

$$x = \frac{360^\circ}{18} = x = 20^\circ$$

$$7x = 7 \times 20^\circ = 140^\circ \rightarrow \hat{AOB} = 140^\circ$$

زاویه محل برخورد دو نیم‌ساز داخلی هر مثلثی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\hat{AOB} = \frac{\hat{C}}{2} + 90^\circ$$

$$140^\circ = \frac{\hat{C}}{2} + 90^\circ \rightarrow \hat{C} = 100^\circ$$

۱۵. گزینه ۱

$$\frac{3a+2-3a+1-3a}{3a+3a+3a+3a+3a} = \frac{(3^a \times 3^2) - (3^a \times 3^1) - (3^a \times 1)}{5 \times 3^a}$$

$$= \frac{3^a(3^2 - 3^1 - 1)}{5 \times 3^a} = \frac{3^a(8)}{5 \times 3^a} = \left(\frac{8}{5}\right)a$$

۱۶. گزینه ۱

عبارت داده شده را با A مشخص کرده و دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\sqrt{y+\sqrt{13}} - \sqrt{y-\sqrt{13}} = A \Rightarrow (\sqrt{y+\sqrt{13}} - \sqrt{y-\sqrt{13}})^2 = A^2$$

$$\Rightarrow (y + \sqrt{13}) + (y - \sqrt{13}) - 2\sqrt{(y+\sqrt{13})(y-\sqrt{13})} = A^2$$

$$\Rightarrow 14 - 2\sqrt{(y)^2 - (\sqrt{13})^2} = A^2 \Rightarrow 14 - 2\sqrt{49 - 13} = A^2$$

$$\Rightarrow 14 - 2\sqrt{36} = A^2 \Rightarrow 14 - 2(6) = A^2$$

$$\Rightarrow 14 - 12 = A^2 \Rightarrow 2 = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

۱۷. گزینه ۳

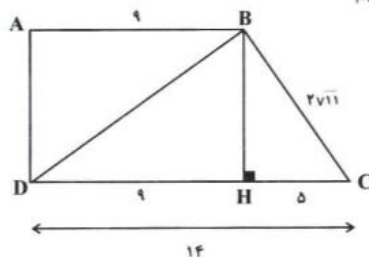
$$\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} + \frac{4\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= (\cancel{\sqrt{3}} + 3\sqrt{2} - \cancel{\sqrt{3}} - 2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

اگر حجم مکعب $\sqrt{2}$ باشد ضلع آن ریشه سوم عدد $\sqrt{2}$ است. یعنی $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$.

۱۲. گزینه ۳

از B به قاعده CD عمود می‌کنیم.



در مثلث قائم‌الزاویه BHC داریم:

$$(BC)^2 = (BH)^2 + (HC)^2$$

$$(2\sqrt{11})^2 = (BH)^2 + 5^2$$

$$4 \times 11 = (BH)^2 + 25 \rightarrow (BH)^2 = 19 \rightarrow BH = \sqrt{19}$$

در مثلث قائم‌الزاویه BHD داریم:

$$(BD)^2 = (BH)^2 + (DH)^2$$

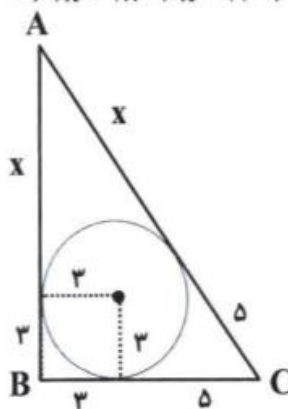
$$(BD)^2 = 19 + 9 \rightarrow (BH)^2 = 19 + 81 \rightarrow (BH)^2 = 100 \Rightarrow BH = 10$$

۱۳. گزینه ۳

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \rightarrow (\Delta + x)^2 = (3 + x)^2 + 8^2$$

$$\rightarrow 2\Delta + x^2 + 10x = 9 + x^2 + 6x + 64$$

$$\rightarrow 4x = 48 \rightarrow x = 12 \rightarrow AC = \Delta + x = \Delta + 12 = 17$$



۲۱. گزینه ۲

حجم استوانه به شعاع ۲ و ارتفاع ۵

$$S.h = \pi r^2.h = \pi(2)^2 \times 5 = 20\pi$$

حجم کره

$$\frac{4}{3}\pi r^3.h = 4.5\pi$$

حجم هاشور خورده

$$20\pi - 4.5\pi = 15.5\pi$$

۲۲. گزینه ۲

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

۲۳. گزینه ۱

توجه شود مجموعه یک عضو دارد و تعداد زیر مجموعه

های یک مجموعه n عضوی 2^n بنابر این مجموعه فوق ۲

زیر مجموعه دارد.

۲۴. گزینه ۱

$$A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$$

$$B = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$3A = 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$$

$$2B = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$$

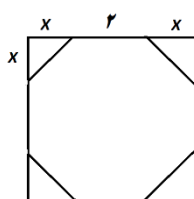
$$3A = 3 + A \rightarrow 2A = 3 \rightarrow A = \frac{3}{2}$$

$$2B = 2 + B \rightarrow B = 2$$

$$A - B = \left(\frac{3}{2}\right) - (2) = -\frac{1}{2} = -0.5$$

۲۵. گزینه ۲

مربعی رسم می کنیم که یک ۸ ضلعی منتظم به صورت



شکل زیر درون خود جای

دهد. مساحت ۸ ضلعی

منتظم از تفاضل مساحت

مربع و مساحت ۴ مثلث

کوچک حاصل می شود.

مساحت مثلث:

۱۸. گزینه ۱

یک ریشه ۴- است یعنی بر $X + 4$ بخش پذیر است:

$$\begin{array}{r|l} X^3 - X^2 - 14X + 24 & X + 4 \\ \hline -(X^3 + 4X^2) & \\ \hline -5X^2 - 14X + 24 & \\ -(-5X^2 - 20X) & \\ \hline 6X + 24 & \\ - (6X + 24) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

حال ریشه های دیگر با مساوی صفر قرار دادن خارج قسمت به دست می آید:

$$X^2 - 5X + 6 = 0 \Rightarrow (X - 2)(X - 3) = 0$$

$$X - 2 = 0 \Rightarrow X = 2 \quad \text{یا} \quad X - 3 = 0 \Rightarrow X = 3$$

۱۹. گزینه ۲

حجم استوانه:

$$s.h = \pi r^2 h = \pi(1)^2 \times 2 = 2\pi$$

حجم مخروط:

$$\frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{3}$$

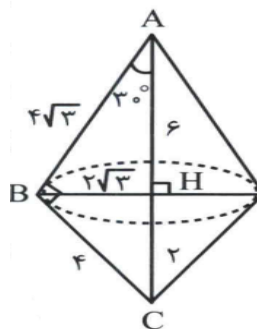
حجم کل:

$$2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$$

۲۰. گزینه ۲

$$BC = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ وتر} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$$

$$AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ وتر} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \lambda = \frac{\lambda\sqrt{2}}{2}$$



$$V = V_1 + V_2 = \frac{\pi}{3} r^2 h_1 + \frac{\pi}{3} r^2 h_2 = \frac{\pi}{3} r^2 (h_1 + h_2) = \frac{\pi}{3} r^2 AC$$

$$= \frac{\pi}{3} (2\sqrt{2})^2 \times \lambda = 4\sqrt{2} \pi$$

۲۸. گزینه ۲

می توان کسر را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{-3n^2 + 2n + 36}{n} = -\frac{3n^2}{n} + \frac{2n}{n} + \frac{36}{n}$$

مقدار این عبارت زمانی یک عدد صحیح است که n یکی از

شمارنده های عدد ۳۶ باشد یعنی:

$$n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

اما در صورتی که عددهای ۳ و ۲ را جای گذاری کنیم

عددی طبیعی حاصل خواهد شد و با جای گذاری بقیه ی

شمارنده های عددی منفی به دست می آید که جزء عددهای

طبیعی نیست.

۲۹. گزینه ۳

جمع دو طرف تساوی:

$$x(x+y+z) + y(y+x+z) + z(z+y+x) = 8 + 2 + 6$$

$$\rightarrow (x+y+z)(x+y+z) = 16$$

$$\rightarrow x+y+z = 4$$

$$x \left(\frac{4}{x+y+z} \right) = 8 \rightarrow x = 2$$

$$y \left(\frac{4}{x+y+z} \right) = 2 \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$z \left(\frac{4}{x+y+z} \right) = 6 \rightarrow z = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow \frac{2}{3}xyz = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{12} = 1$$

۳۰. گزینه ۴

شمارنده های عدد ۱۲

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

شمارنده های عدد ۲۱

$$B = \{1, 3, 7, 21\}$$

شمارنده های عدد ۱۴

$$C = \{1, 2, 7, 14\}$$

بنابراین مقدار C که در هر سه مجموعه مشترک است

برابر با ۱ می باشد. مقدار a که بین دو مجموعه ی A و B

مشترک است برابر با عدد ۳ است.

مقدار b نیز همان (ب.م.م) دو عدد ۱۲ و ۱۴ است که

برابر ۲ است.

مقدار d نیز ۷ خواهد بود.

$$S = \frac{X \times X}{2}$$

مساحت ۸ ضلعی منتظم:

$$S = (2 + 2X)^2 - 4 \times \frac{X^2}{2}$$

اگر مقدار X به دست آید می توان مساحت مربع و مثلث

ها را پیدا کرد.

$$\rightarrow X^2 + X^2 = 2^2 \rightarrow 2X^2 = 4 \rightarrow X = \sqrt{2}$$

$$S = (2 + 2\sqrt{2})^2 - 4 \times \frac{(\sqrt{2})^2}{2}$$

$$S = (12 + 8\sqrt{2}) - 4(1) = 8 + 8\sqrt{2} = 8(1 + \sqrt{2})$$

۲۶. گزینه ۱

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 4$$

بنابراین

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2 + 4 = 8$$

از طرفین جذر می گیریم

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$x^4 - \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

$$x^4 - \frac{1}{x^4} = 4\sqrt{2} \times 6 = 24\sqrt{2}$$

۲۷. گزینه ۳

چون او در حوالی سال ۱۸۹۹ می زیسته بنابراین باید

در محدوده ی زمانی دنبال عددی باشیم که مربع کامل

باشد و عدد ۱۸۴۹ = ۴۳^۲ در این محدوده ی زمانی

است و از آنجایی که او در سال ۱۸۴۹، ۴۳ سال داشته

است. سال تولدش ۱۸۰۶ = ۱۸۴۹ - ۴۳ خواهد بود.

مقادیر جواب معادله است در غیر اینصورت دستگاه

جواب ندارد.

۳۶. گزینه ۲

$$\begin{aligned} \sqrt{8} < \sqrt{9} &\rightarrow \sqrt{8} < 3 \rightarrow \sqrt{8} - 3 < 0 \\ \sqrt{8} = 2\sqrt{2} &\rightarrow 2\sqrt{8} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} > 8 \\ &\rightarrow 2\sqrt{8} - 8 > 0 \\ 2\sqrt{2} + 1 &> 0 \\ 2 - 3\sqrt{2} &< 0 \\ |\sqrt{8} - 3| + |2\sqrt{8} - 8| - |2\sqrt{2} + 1| \\ &- |2 - 3\sqrt{2}| = 4\sqrt{2} - 4 \end{aligned}$$

۳۷. گزینه ۲

$$\begin{aligned} (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) + (x^8 + y^8) \\ = (x^4 - y^4)(x^4 + y^4) + (x^8 + y^8) \\ = x^8 - y^8 + x^8 + y^8 \\ = 2x^8 \end{aligned}$$

۳۸. گزینه ۳

مساحت دایره بزرگ

$$4 \times 4 \times \pi = 16\pi$$

مساحت دایره کوچک

$$1 \times 1 \times \pi = \pi$$

مساحت دایره دوم

$$3 \times 3 \times \pi = 9\pi$$

مساحت قسمت رنگی

$$9\pi - \pi = 8\pi$$

$$P(A) = \frac{8\pi}{16\pi} = \frac{1}{2}$$

۳۹. گزینه ۲

$$\begin{aligned} 2 \times 2^{-20} + 2^{-19} + \dots + 2^{-2} + 2^{-1} - 2^{-20} = \\ 2^{-19} + 2^{-19} + 2^{-18} + \dots + 2^{-2} + 2^{-1} - 2^{-20} = \\ 2 \times 2^{-19} + 2^{-18} + \dots + 2^{-2} + 2^{-1} - 2^{-20} = \dots \\ = 2 \times 2^{-1} - 2^{-20} = 1 - 2^{-20} \end{aligned}$$

۴۰. گزینه ۲

هرگاه دو مقدار یکسان یکی افزایش و دیگری

کاهش یابد نتیجه همواره کاهش است و مقدار آن

از فرمول

$$\frac{X^2}{100} = \frac{20^2}{100} = \frac{400}{100} = 4\%$$

به دست می آید.

عضوهای موجود در قسمت هاشور خورده:

$$4 + 6 + 12 + 21 + 14 = 57$$

$$a + b + c + d = 3 + 2 + 1 + 7 = 13$$

$$\rightarrow 57 - 13 = 44$$

۳۱. گزینه ۳

برای موازی بودن کافی است شیب آن ها باهم برابر باشد.

$$2y + 3x = 7 \rightarrow y = \frac{7}{2} - \frac{3x}{2} \rightarrow \text{شیب} = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{3m + 2 - (m - 4)}{m + 2 - (2m + 1)} = \frac{2m + 6}{1 - m} = -\frac{3}{2} \\ \rightarrow 4m + 12 = 3m - 3 \rightarrow m = -15 \end{aligned}$$

۳۲. گزینه ۳

$$V = \frac{4}{3}\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi(5)^2 = \frac{500\pi}{3}$$

$$r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 = R^2$$

$$r^2 + 2^2 = 5^2$$

$$r^2 = 21$$

$$V = \pi(21)(4) = 84\pi$$

$$\frac{\frac{500\pi}{3}}{84\pi} = \frac{500}{252} = \frac{125}{63}$$

۳۳. گزینه ۴

منظور از یال خط بین دو راس است هر وجه مستطیل ۴

yal دارد و چون مستطیل ۶ وجهی است و یال ها در دو

وجه مشترک هستند بنابراین:

$$\frac{6 \times 4}{2} = 12$$

۳۴. گزینه ۲

گزینه ۱ عدد منفی به توان نمی رسد و همواره عدد

منفی کوچکتر از سایر گزینه ها است

گزینه ۳ عدد ۴- به توان ۱۰ می رسد و از گزینه ۲

کوچکتر است. (اگر توان منفی باشد کسر معکوس و

توان مثبت می شود.)

۳۵. گزینه ۴

در مواردی که سه معادله و دو مجهول در دستگاه

داریم، دستگاه شامل دو معادله را حل کرده جواب را

در سومی جایگذاری می کنیم. چنانچه برقرار بود،